Análise Numérica 2002, Lista 1
para 26/9/2002

1. Exercício 17, Página 25
   Seja x_n definida inductivamente por $x_{n+1} = F(x_n)$. Suponha que $x_n \to x$ quando $n \to \infty$ e $F'(x) = 0$. Mostre que $x_{n+2} - x_{n+1} = o(x_{n+1} - x_n)$

   Definição: $x_n = o(y_n) \Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{y_n} = 0$

2. Exercício 18, Página 25
   Prove que toda função suficientemente suave pode ser aproximada em um intervalo de comprimento h por um polinômio de grau n com error $O(h^{n+1})$

   Definição: $x_n = O(y_n) \Leftrightarrow$ existem C e n_0 tal que $x_n \leq C y_n$ para to $n \geq n_0$

3. Exercício 4, Página 85
   De um exemplo do método da bisseção (ou prove que não existe) no qual $a_0 < a_1 < a_2 < ...$, (onde a_i é o extremo esquerdo do i-esimo intervalo do método).

4. Exercício 5, Página 85
   De um exemplo no qual $a_0 = a_1 < a_2 = a_3 < a_4 = a_5 < a_6 = ...$,

5. Exercício 6, Página 85
   Existe o $\lim_{n\to\infty} \frac{|r-c_{n+1}|}{|r-c_n|}$ onde $c_n = \frac{a_n+b_n}{2}$ no método da bisseção ? Justifique.

6. Exercício 4, Página 96
   Seja $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{g(x_n)}$, onde $g(x) = \frac{f(x+f(x))-f(x)}{f(x)}$
   Mostre que tem convergência quadrática usando hipóteses apropriadas.

7. Exercício 15, Página 97
   Suponha que r é um zero duplo da f ($f(r) = f'(r) = 0$, $f''(r) \neq 0$). Mostre que, se f'' é continua, então no método de newton teremos $e_{n+1} = \frac{1}{2}e_n$ (convergência lineal)

8. Exercício 19, Página 98
   Prove que, se r é um zero de multiplicidade k da função f, então a convergência quadrática no método de Newton será restaurada mediante a seguinte modificacão $x_{n+1} = x_n - k\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

9. Exercício 37, Página 116
   Seja $F(x) = x - f(x)f'(x)$, onde $f(r) = 0$ e $f'(r) \neq 0$. Encontre condições para f. Para que o método de iteração funcional converga, ao menos cubicamente a r em uma pequena vizinhança de r.

10. Exercício 31, Página 115
    Seja $F(x)$ continuamente diferenciavel em um intervalo aberto, suponha que F tem um ponto fixo s neste intervalo aberto. Prove que se $\mid F(s) \mid < 1$, então a sequencia definida por iteração funcional converge a s em uma vizinhança suficientemente pequena.