

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
Prova 2 de Álgebra Linear e Aplicações – 2010

Todas as questões têm o mesmo valor. Justifique todas as suas respostas.

1. Descreva a imagem do círculo unitário pela transformação do plano dada pela matriz

$$\begin{bmatrix} 12 & -9 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

2. Ache a solução da recorrência

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + 2y_n, & x_0 &= 1 \\ y_{n+1} &= x_n + y_n, & y_0 &= 0 \end{aligned}$$

3. Encontre o polinômio de grau no máximo 2 que melhor aproxima a função $f(x) = e^x$ no intervalo $[0, 1]$ segundo a norma induzida pelo produto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x) dx$$

Dica:

$$\int e^x dx = e^x, \quad \int xe^x dx = (x-1)e^x, \quad \int x^2e^x dx = (x^2 - 2x + 2)e^x$$