

**IMPA - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada**  
**4ª Lista de Exercícios de Análise Complexa**  
**Professor:** Luiz Henrique de Figueiredo

**Aluno:**

1. Sejam  $f$  e  $g$  funções holomorfas sem zeros em  $\mathbb{D}(0, 1)$ , tais que  $\left(\frac{f'}{f}\right)\left(\frac{1}{n}\right) = \left(\frac{g'}{g}\right)\left(\frac{1}{n}\right)$ ,  $n = 2, 3, \dots$ . Qual é a relação entre  $f$  e  $g$ ?
2. Seja  $f$  uma função inteira tal que  $|f(z)| \leq A + B|z|^C$ ,  $z \in \mathbb{C}$  com  $A, B, C \geq 0$ . Mostrar que  $f$  é um polinômio.
3. Use o Teorema de Liouville para mostrar que todo polinômio tem uma raiz.
4. Seja  $U \subset \mathbb{C}$  uma região e seja  $f$  contínua em  $\bar{U}$  tal que  $f$  é holomorfa em  $U$ . Mostre que  $|f(z)| \leq \sup_{\xi \in \partial U} |f(\xi)|$ ,  $z \in \bar{U}$ .
5. Sejam  $f$  e  $g$  funções inteiras tal que  $|f| \leq |g|$ . Qual é a relação entre  $f$  e  $g$ ?