

**Probabilidade**  
**IMPA – 2002**  
**7ª Lista de Exercícios**  
**Para 24/6/2002**

1. BJ, página 182, problema 3.
2. BJ, página 183, problema 4.
3. BJ, página 185, problema 9.
4. Os tempos de uso diário de um equipamento (expressos como uma fração do dia) são independentes e uniformemente distribuídos em  $[0, 1]$ . O tempo de falha do equipamento tem distribuição exponencial, com parâmetro  $\alpha$  dias (note que apenas o tempo efetivo de operação contribui para o tempo de falha).
  - a) Qual é a probabilidade de que o equipamento sobreviva ao primeiro dia de uso, dado que o seu tempo de operação neste dia é igual a  $x$ ?
  - b) Qual é a probabilidade de que o equipamento sobreviva ao primeiro dia de uso?
  - c) Qual é a probabilidade de que o equipamento funcione por pelo menos  $n$  dias? [Sugestão para c) : utilize a falta de memória da distribuição exponencial].
5. Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias independentes, tendo  $X$  distribuição exponencial de parâmetro  $\alpha$  e  $Y$  distribuição exponencial de parâmetro  $\beta$ .
  - a) Calcule  $P(Y > X \mid X = x)$ .
  - b) Use a parte a) para mostrar que  $P(Y > X) = \alpha / (\alpha + \beta)$ .
6. BJ, página 189, problema 40 (para calcular a variância de  $Y$ , você pode usar, sem demonstrar, a identidade  $Var(Y) = E(Var(Y|X)) + Var(E(Y|X))$ ; veja o exercício 35).
7. Uma variável aleatória  $X$  tem distribuição de Poisson, cujo parâmetro  $Y$  é uma variável aleatória que tem distribuição exponencial de parâmetro igual a 1. Determine:
  - a) a esperança condicional de  $X$  dado que  $Y = y$  (com  $y > 0$ );
  - b) a esperança de  $X$ ;
  - c)  $P(X = k \mid Y = y)$  (com  $y > 0$  e  $k$  inteiro não negativo) ;
  - d)  $P(X = k)$  (utilize o fato de que  $\int_0^{+\infty} x^k e^{-x} dx = k!$ ).