

IMPA – 2007
Álgebra Linear e Aplicações
6ª. Lista de Exercícios
Entregar em 16/6

1. Trefethen, exercício 13.1.

2. Trefethen, exercício 13.2.

3. Considere a subrotina do Matlab abaixo:

```
function eps = find_e
eps = 1;
while (1 + eps > 1)
    eps = eps/2;
end
```

O resultado obtido com o comando é

```
eps = 1.1102e-016,
```

que é justamente o ε da máquina correspondente à precisão dupla no padrão IEEE.

- a) Explique porque o algoritmo acima pode ser usado para encontrar o ε da máquina (admitindo que a base usada pela máquina seja $b = 2$).
- b) Tendo em vista o esquema de representação em ponto flutuante, qual seria o resultado se o teste na 3ª linha fosse substituído por `while (2 + eps > 2)?` E por `while (5 + eps > 5)?`

4. Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ uma matriz não singular.

- a) Qual é o valor de $\|A\|_1$, em termos de a, b, c e d ?
- b) Mostre que $\frac{1}{\sqrt{2}} \|A\|_1 = \|A\|_2 = \sqrt{2} \|A\|_\infty$.
- c) Mostre que $\frac{1}{2} \kappa_1(A) = \kappa_2(A) = 2 \kappa_\infty(A)$, onde $\kappa_1(A)$ e $\kappa_2(A)$ denotam os números de condição de A com relação às normas $\|\cdot\|_1$ e $\|\cdot\|_2$. (Portanto, as matrizes mal condicionadas sob uma das normas são também mal condicionadas sob a outra).
- d) Exiba uma matriz A tal que $\kappa_1(A) = 2 \kappa_2(A)$.

Observação: A matriz inversa de $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ é $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$.

5. Trefethen, exercício 14.2.