IMPA – 2007
Álgebra Linear e Aplicações
4ª Lista de Exercícios
Entregar em 21/5

1. Sejam P e Q projeções ortogonais. O propósito deste problema é estabelecer as condições sob as quais a soma $P + Q$ é também uma projeção ortogonal.
   a) Mostre que $P + Q$ é projeção ortogonal se e só se $PQ + QP = 0$.
   b) Mostre que $PQ + QP = 0$ se e só se $PQ = QP = 0$ [Sugestão: multiplique a primeira igualdade por P, primeiro à direita, depois à esquerda e compare os resultados.]
   c) Mostre que se $PQ = 0$, então $QP = 0$.
   d) De a), b) e c), concluímos que $P+Q$ é projeção ortogonal se e só se $PQ = 0$ (ou, equivalentemente, $QP = 0$). Que relação esta condição estabelece entre os espaços sobre os quais P e Q projetam?

2. Trefethen, exercício 6.2.

3. Trefethen, exercício 6.4

4. Trefethen, exercício 6.5

5. Trefethen, exercício 7.1

6. Trefethen, exercício 7.5