Primeira Lista

segunda-feira, 28 de março de 2022 14:09

1. Seja $v \in T_X(U)$ um campo de vetores e $f \in \mathcal{O}_X(U)$ uma função holomorfa. Mostre que para qualquer compacto $K \subset U$, existe $\varepsilon > 0$ tal que a série

$$\sum \frac{t^i}{i!} v^i(f)$$

converge uniformemente em $K \times \Delta_\varepsilon \subseteq U \times \mathbb{C}$ para uma função holomorfa. Conclua a convergência do fluxo local definido em aula.

2. Dados v_1, v_2 e $v_3 \in T_X(U)$, mostre a identidade de Jacobi:

$$[v_1,[v_2,v_3]] + [v_3,[v_1,v_2]] + [v_2,[v_3,v_1]] = 0.$$

3. Demonstre a fórmula de Cartan.

$$d\omega(v_0, \dots, v_k) = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j v_j\big(\omega(v_0, \dots, \hat{v}_j, \dots, v_k)\big) + \sum_{0 \le i < j \le k} (-1)^{i+j} \omega([v_i, v_j], v_0, \dots, \hat{v}_i, \dots, \hat{v}_j, \dots, v_k)$$

4. Seja $U \subseteq \mathbb{C}^n$ aberto. Seja $\omega \in \Omega^1_{\mathbb{C}^n}(U)$ uma 1-forma holomorfa não nula. Se $\mathcal{V} \subseteq T_{\mathbb{C}^n}$ é o subfeixo

$$\{v \in T_{\mathbb{C}^n} \mid i_v \omega = 0\}$$

mostre: $\mathcal{V}$ é involutivo se, e somente se, $\omega \wedge d\omega = 0$.

1ª Lista de Exercícios (28/03/22)