

Soluções de Viscosidade de Equações de Hamilton-Jacobi

Diogo Aguiar Gomes
Departamento de Matemática, IST - Lisboa

31 de Outubro de 2008

1 Proposta

O objectivo deste mini-curso é o de introduzir as técnicas e conceitos principais de soluções de viscosidade de equações de Hamilton-Jacobi, bem como apresentar as algumas das suas aplicações principais.

As equações de Hamilton-Jacobi surgem naturalmente na mecânica clássica, por exemplo no estudo de integrabilidade por funções geradoras, em controlo óptimo, a função valor de problemas de controlo óptimo determinístico ou estocástico satisfazem estas equações. Mais recentemente estas equações tem sido estudadas no contexto de evolução de frentes e processamento de imagem.

Este curso destina-se a alunos de pós-graduação, podendo também ter interesse para especialistas de outras áreas, tem a duração de 5 aulas teóricas, que estão organizado da seguinte forma:

1. Teoria clássica de equações de Hamilton-Jacobi
 - (a) Integrabilidade por funções geradoras em mecânica clássica
 - (b) Problemas de controlo óptimo e princípio de máximo de Pontryagin
 - (c) Teoremas de verificação
2. Soluções de Viscosidade em problemas de controlo óptimo
 - (a) Princípio da programação dinâmica

- (b) Motivação da definição de solução de viscosidade
 - (c) Soluções de viscosidade
 - (d) Exemplos
3. Controlo ótimo estocástico e jogos diferenciais
- (a) Introdução ao controlo ótimo estocástico
 - (b) Problemas de paragem ótima
 - (c) Jogos diferenciais
 - (d) Exemplos
4. Aplicações de Soluções de Viscosidade à Teoria de Aubry-Mather
- (a) Problema de Mather
 - (b) Dualidade
 - (c) Regularidade de soluções de viscosidade
 - (d) Invariância pelo fluxo Lagrangeano das medidas de Mather
5. Semigrupos monótonos e métodos numéricos
- (a) Caracterização de semigrupos monótonos através de equações de 2ª ordem não lineares
 - (b) Métodos numéricos

A bibliografia do curso inclui as notas do autor que serão fornecidas aos alunos, bem como os livros [FS06], [BCD97] e os artigos [AGLM93], [Bit01], [BS91], [EG01], [EG02] e [BG08]. O curso poderá ser dado quer em Português que em Inglês e poderão também ser disponibilizadas sessões de apoio/problemas caso os organizadores achem conveniente.

References

- [AGLM93] Luis Alvarez, Frédéric Guichard, Pierre-Louis Lions, and Jean-Michel Morel. Axioms and fundamental equations of image processing. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 123(3):199–257, 1993.

- [BCD97] Martino Bardi and Italo Capuzzo-Dolcetta. *Optimal control and viscosity solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman equations*. Systems & Control: Foundations & Applications. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1997. With appendices by Maurizio Falcone and Pierpaolo Soravia.
- [BG08] A. Biryuk and D. Gomes. An introduction to the Aubry-Mather theory. *preprint*, 2008.
- [Bit01] Samuel Biton. Nonlinear monotone semigroups and viscosity solutions. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire*, 18(3):383–402, 2001.
- [BS91] G. Barles and P. E. Souganidis. Convergence of approximation schemes for fully nonlinear second order equations. *Asymptotic Anal.*, 4(3):271–283, 1991.
- [EG01] L. C. Evans and D. Gomes. Effective Hamiltonians and averaging for Hamiltonian dynamics. I. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, 157(1):1–33, 2001.
- [EG02] L. C. Evans and D. Gomes. Effective Hamiltonians and averaging for Hamiltonian dynamics. II. *Arch. Ration. Mech. Anal.*, 161(4):271–305, 2002.
- [FS06] Wendell H. Fleming and H. Mete Soner. *Controlled Markov processes and viscosity solutions*, volume 25 of *Stochastic Modelling and Applied Probability*. Springer, New York, second edition, 2006.