

# Tangentes e Secantes de Variedades Algébricas

**Professor:**

**Francesco Russo (UFPE)**

**Resumo:**

O objetivo do curso é uma introdução a temas clássicos e modernos de geometria projectiva e geometria algébrica, como projeções, seções hiperplanas, estudo das variedades das retas secantes e tangentes a uma variedade.

Na primeira parte vamos expor resultados clássicos sobre as variedades das secantes, das tangentes e dos espaços plurisecantes, sobre variedade dual, sobre o "join" de variedades, sobre as várias noções de cone tangente e demonstraremos o fundamental Lemma de Terracini e suas primeiras consequências. Como aplicação forneceremos uma demonstração muito elementar do famoso teorema de del Pezzo- Bertini-Severi de caracterização da superfície de Veronese, como a única superfície irreduzível de  $P^5$ , não cone, com variedade das secantes de dimensão 4.

Na segunda parte, vamos ilustrar a nova fase da geometria projectiva, que começou no final dos anos 70 do século passado. O teorema de conexão de Fulton-Hansen, que vamos enunciar e demonstrar evidenciando as profundas ligações com vários resultados de natureza álgebro-geométrica e topológica, abriu o caminho para uma série de aplicações a problemas clássicos e modernos. Aprofundaremos os resultados de Fyodor Zak sobre a tangência de espaços lineares, sobre a finitude da aplicação de Gauss, sobre a dimensão da variedade dual e a solução da conjectura de Hartshorne sobre a normalidade linear de variedades de codimensão "pequena". Generalizaremos o teorema de Severi, demonstrado na primeira parte, a classificação das variedades de Severi e das variedades com deficiências secantes extremas, ou variedades de Scorza. Os métodos utilizados são uma mistura entre técnicas clássicas (projeções, lemma de Terracini, tangência ao longo de subvariedades) e consequências do teorema de Fulton-Hansen. Na última aula, desejamos tratar uma série de problemas em aberto na área e evidenciar uma série de construções e aplicações da geometria projectiva a problemas centrais da geometria algébrica, como o problema de Waring, a equação determinantal de uma hipersuperfície, o hessiano de polinômios e a variedade dual. Os pré-requisitos necessários se limitam a ferramentas desenvolvidas em qualquer curso introdutório de geometria algébrica.